Ministère De l'éducation	Devoir de synthèse N°3	
Lycée Rue Fattouma Bourguiba Monastir	Mathématiques	
Le 14/05/2010	4ème Sciences Expérimentales	Durée: 3h

Exercice n°1 : (3points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1) T est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur [10 ; 20] alors p $(T \geq 16)$:

a) 0, 8 b) 0, 6 c) 0, 4

2) X est une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre λ telle que $p(X \leq 2) = \frac{1}{2}$ alors λ est égale à :

a) 2 b) $\ln(\sqrt{2})$ c) $\frac{1}{2}$

3) La limite de $(x + 1 + e^{-x})$ quand x tend vers $-\infty$ est égale à :

a) $-\infty$ b) 0 c) $+\infty$

Exercice n°2 : (3points)

On considère l'équation différentielle (E) : $4y'' + \pi^2 y = 0$
1) Résoudre l'équation (E).
2) Déterminer la fonction f solutions de (E) tel que la courbe (C) de f passe par le point $M\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ et la tangente à (C) en M est parallèle à l'axe des abscisses.

3) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$

4) Calculer l'aire A du domaine limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 3$.

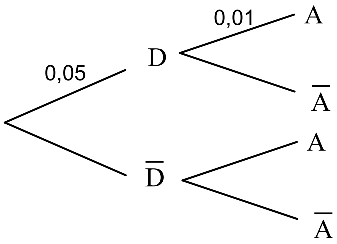
Exercice n°3 : (5points)

Une usine fabrique des pièces pour l'industrie électronique. On considère dans la suite de l'exercice que 5% des pièces fabriquées sont défectueuses.
(*Les résultats des différents calculs seront arrondis à* 10^{-3} près)

1) On prélève au hasard un échantillon de 4 pièces, les prélèvements sont indépendants les uns des autres. Quelle est la probabilité d'avoir au moins une pièce défectueuse ?
2) Chaque pièce est soumise à un contrôle automatisé de fabrication. La probabilité qu'une pièce défectueuse soit acceptée est égale à 0,01 et la probabilité qu'une pièce non défectueuse soit rejetée est égale à 0,03.

On note D l'évènement « la pièce est défectueuse », A l'évènement « la pièce est acceptée »

a) Recopier et compléter l'arbre suivant :



b) Calculer les probabilités des évènements suivants :

« la pièce est rejetée et défectueuse ».

« la pièce est rejetée ».

c) Une pièce est rejetée .Quelle est la probabilité qu'elle ne présente pas de défaut ?

d) Une pièce est acceptée. Quelle est la probabilité qu'elle soit défectueuse ?

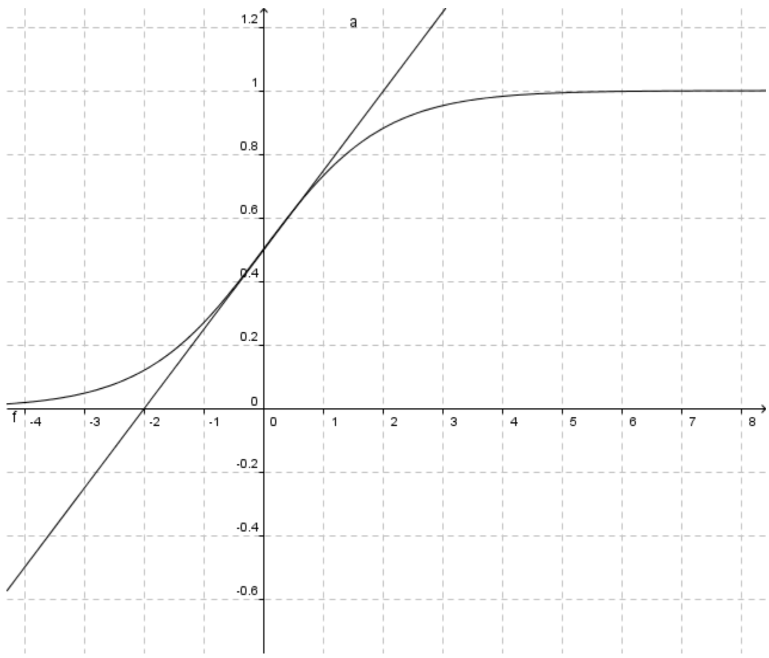
3) On suppose que la durée de vie T (en années) d'une pièce suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.01$.

a) Calculer la probabilité que la durée de vie d'une pièce soit supérieure à 10 ans.

b) Sachant que la pièce fabriquée est encore en état de fonctionnement 10 ans après son installation, quelle est la probabilité que sa durée de vie ne dépasse pas 15 ans.

➢ Exercice n°4 : (5points)

On a représenté ci-dessous dans un repère orthogonal, la courbe représentative (C), d'une fonction f définie sur IR. La courbe (C) passe par le point $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ et la tangente (T) en A à (C) passe par le point de coordonnées $\left(2;1\right)$.



.

1) a)Donner f(0) et f '(0).En déduire l'équation de la tangente (T).

b) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f'(x) = 0$

2) On admet que pour tout réel *x*, on a : $f(x) = \dfrac{1}{1+e^{-x}}$.

a)Déterminer $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ces résultats.

b) Dresser le tableau de variations de *f* sur IR.

.

c) Vérifier que pour tout réel *x*, $f(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$.

d) Calculer l'aire, exprimée en unités d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe (C) ; l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = -1$ et $x = 1$.

3) a)Montrer que f réalise une bijection de IR sur]0 ;1[.

b) On note f^{-1} la fonction réciproque de f. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de]0 ;1[.

4) Soit n un entier naturel supérieur ou égal à 2.Montrer que l'équation f(x) $= \frac{1}{n}$ admet dans IR ; une unique solution x_n .Vérifier que $x_n = \ln\left(\frac{1}{n-1}\right)$ et déduire sa limite quand n tend vers $+\infty$.

➢ Exercice n°5: (4points)

Le tableau suivant donne l'âge X et la moyenne des maxima de tension artérielle Y d'une population

âge X	36	42	48	54	60
tension Y	11 ,8	13	12,8	15	15,5

1) Représenter sur votre copie le nuage de points associé à la série (X, Y) dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ du plan (*unités graphiques* : 1 cm pour 5 ans en abscisse et 1 cm pour une unité de tension en ordonnée).

2) a) Calculer le coefficient de corrélation linéaire du couple (X, Y).Que peut-on en déduire ?

b) Donner l'équation de la droite d'ajustement de *y* en *x* obtenue par la méthode des moindres carrés. Tracer cette droite dans le même repère.

c) Utiliser cet ajustement pour estimer la tension d'une femme âgée de 70 ans.